

Szkoła Ponadgimnazjalna

Korelacje kształcenia ogólnego i zawodowego
w matematyce

Autorzy

Danuta Karpińska, Anna Janyska, Barbara Mendyk,
Danuta Mościcka-Patalas, Urszula Pasch, Katarzyna Ruta-Żak

Piła 2017

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik mechatronik

Klasa I

1. Funkcje trygonometryczne

Zadania:

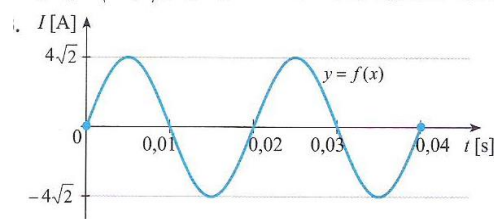
1) Moc czynna prądu przepływającego przez odbiornik wyraża się wzorem: $P = U \cdot I \cdot \cos \alpha$, gdzie kąt α jest kątem przesunięcia fazy pomiędzy prądem i napięciem. Oblicz kąt przesunięcia fazy, jeżeli $P = 132 \text{ W}$, $U = 220 \text{ V}$, $I = 1 \text{ A}$.

2) Oblicz moc pobieraną przez silnik elektryczny jednofazowy na 220 V , jeżeli amperomierz włączony do przewodów doprowadzających wskazuje natężenie $I = 8,4 \text{ A}$, a kąt przesunięcia fazowego wynosi 50° .

3) Uczniowie badali zależność natężenia prądu I (w amperach) od czasu t (w sekundach). Prąd płynął przez grzałkę zasilaną z instalacji elektrycznej (o częstotliwości 50 Hz) poprzez transformator zmniejszający napięcie prądu do 6 V . Narysuj wykres tej zależności dla $t \in \langle 0; 0,04 \rangle$, wiedząc, że jest ona określona wzorem $I(t) = 4\sqrt{2}\sin(100\pi t)$.

a) Odczytaj z wykresu maksymalną wartość natężenia prądu.

b) Podaj okres T zmian natężenia prądu.



LICZBY ZESPOLONE

Symbol i oznacza tzw. *jednostkę urojoną*, spełniającą warunek $i^2 = -1$.

Wprowadzamy *liczby zespolone* z mające postać sumy $z = x + iy$, gdzie x i y są liczbami rzeczywistymi. Część rzeczywistą liczby zespolonej z oznacza się symbolem $\text{Re } z$, a część urojoną – symbolem $\text{Im } z$, zatem $\text{Re } z = x$, $\text{Im } z = y$.

Reguły dodawania, odejmowania i mnożenia na tych liczbach są takie, jak dla liczb rzeczywistych, przy czym w iloczynie zamiast i^2 podstawia się -1 .

Przykład. Liczby zespolone $z_1 = a + bi$ oraz $z_2 = c + di$ mnożymy tak, jak wielomiany:

$$z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2$$

Następnie zastępujemy i^2 przez -1 i ostatecznie otrzymujemy

$$z_1 z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Liczbę zespoloną $a + bi$ sprowadzamy do postaci trygonometrycznej:

$a + bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, gdzie liczba dodatnia r jest *modułem*, a φ - *argumentem* danej liczby zespolonej.

Porównując części rzeczywiste i urojone otrzymujemy:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Zadania:

1) Oblicz:

- a) $\sqrt{-3 - 4i}$
- b) $\sqrt{8 + 6i}$
- c) $(1 + i)^{10}$
- d) $(2 + i\sqrt{12})^5$

2) Przedstaw w postaci trygonometrycznej liczby:

- a) -5
- b) $2i$

Klasa II

2. Funkcja liniowa

Zadania:

1) Pręt metalowy w temperaturze otoczenia 0°C ma długość 15 m. Przy wzroście temperatury o 1°C pręt wydłuża się o 0,15 mm. Przedstaw długość pręta jako funkcję temperatury. W jakiej temperaturze otoczenia pręt wydłuży się o 0,6 cm?

2) Długość y [cm] sprężyny jest funkcją obciążenia masą x [kg] określoną wzorem $y=2x + 20$. Wyznacz wartości masy x , jakimi można obciążyć sprężynę, aby jej długość była większa niż 30 cm i mniejsza niż 70 cm.

3) Gdy zmniejszymy napięcie źródła prądu o 50 V, a opór obwodu o $20\ \Omega$, to przez obwód popłynie prąd o natężeniu 5 A. Gdy zaś napięcie zwiększymy o 20 V, a opór o $60\ \Omega$, to natężenie płynącego prądu zmniejszy się do 2 A. Jakie było pierwotne napięcie oraz pierwotny opór? (Skorzystaj z prawa Ohma)

3. Funkcja kwadratowa

Zadania

1) Dystans d (w metrach) pokonywany przez samochód od chwili podjęcia decyzji o hamowaniu z prędkości v (w km/h) do zatrzymania wyraża się w przybliżeniu wzorem

$$d = \frac{32v + v^2}{153,6}.$$

- a) Znajdź drogę hamowania samochodu przy prędkości 80 km/h.
- b) Na drogę w środku nocy przewróciło się drzewo. Kierowca zaczyna hamować w odległości 40 metrów. Z jaką prędkością może jechać, aby uniknąć zderzenia.

2) Tramwaj elektryczny pobiera z sieci prąd o napięciu 600 volt. Na ulicy o małym spadku motorniczy zmniejszył natężenie prądu o 1 amper włączając dodatkowy opór $20\ \Omega$. Przy jakim natężeniu prądu i przy jakim oporze prowadził motorniczy tramwaj przed zmianą?

4. Wielomiany i wyrażenia wymierne

Zadania:

1) Prawo Ohma stanowi, że $I = \frac{E}{R}$, gdzie I jest natężeniem prądu (w amperach), E -napięciem (w voltach), zaś R –oporem elektrycznym (w omach). W pewnym obwodzie

$E=220$, zaś $R=100$. Zwiększamy E i R o tę samą liczbę jednostek. Jaka zmiana spowoduje podwojenie natężenia prądu?

2) Na placu umieszczono dwa głośniki radiowe A i B oddalone od siebie o 200 m. Stosunek natężeń dźwięku (siły dźwięku) tych głośników jest równy 3:5. W jakim punkcie odcinka AB dźwięk z obu głośników dochodzi z jednakowym natężeniem, jeżeli wiadomo, że natężenie dźwięku maleje proporcjonalnie do kwadratu odległości od źródła dźwięku?

3) Jeśli dwa rezystory R_1 i R_2 są połączone równolegle, to opór zastępczy takiego układu jest dany przy pomocy równania: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Jeśli $R_1 = 10$ omów, to dla jakiej wartości R_2 opór zastępczy układu będzie mniejszy od 5 omów?

Klasa III

5. Ciągi liczbowe

Zadania:

1) Wartość użytkowa pewnej maszyny maleje z roku na rok o stałą wartość tak, że po 25 latach jest 3 razy mniejsza niż jej wartość po 15 latach. Wyznacz czas, po którym maszyna straci całkowitą wartość użytkową.

Klasa IV

6. Rachunek różniczkowy

Zadania:

1) Prądnica o napięciu 110 V jest obciążona linią elektryczną o oporze 22 Ω . Moc P [W] przesyłana linią przy natężeniu prądu i [A], określa funkcja $P(i) = 110i - 22i^2$. Wyznacz maksymalną moc, jaką można przesłać tą linią.

2) Źródło prądu o sile elektromotorycznej $E = 30$ V i oporze wewnętrznym $R = 2$ Ω zasila odbiornik energii elektrycznej. Zależność mocy P [W] dostarczonej odbiornikowi od natężenia i [A] prądu pobieranego określa wzór $P(i) = 30i - 2i^2$. Wyznacz takie natężenie prądu, przy którym moc pobierana przez odbiornik będzie największa.

3) Dla pewnej turbiny zależność jej mocy P od liczby obrotów n określa wzór $P(n) = -0,0010344n^2 + 0,45543n$ (P – moc wyrażona w koniach mechanicznych, n – liczba obrotów na minutę). Przy ilu obrotach na minutę moc turbiny osiąga wartość maksymalną. Oblicz tę wartość.

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik ekonomista

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

1) Brygada złożona z trzech pracowników zarabia łącznie 9 500 zł. Podziel to wynagrodzenie, przyjmując za kryterium podziału czas pracy. Pracownik A przepracował 120 godzin, pracownik B przepracował 210 godzin, pracownik C przepracował 95 godzin.

2) Podziel premię, która wynosi 2 850 zł między czterech pracowników banku proporcjonalnie do ich płac zasadniczych i czasu pracy.

PRACOWNICY	PŁACA ZASADNICZA W ZŁ	CZAS PRZEPRACOWANY W GODZINACH
kierownik	5 150	200
zastępca kierownika	4 800	140
Kasjer	3 350	220
Kasjer	3 300	200

3) W sklepie nie ma prądu i nie działają żadne urządzenia liczące. Jak szybko wykonać następujące działania:

- | | |
|-----------------------|---------------|
| a) $31 \cdot 29 =$ | e) $22^2 =$ |
| b) $1005 \cdot 995 =$ | f) $39^2 =$ |
| c) $38 \cdot 42 =$ | g) $1003^2 =$ |
| d) $53 \cdot 47 =$ | h) $498^2 =$ |

4) Przeczytaj fragment *Kodeksu cywilnego*.

Art. 931

§1. W pierwszej kolejności powołane są z ustawy do spadku dzieci spadkodawcy oraz jego małżonek; dziedziczą oni w częściach równych. Jednakże część przypadająca małżonkowi nie może być mniejsza niż jedna czwarta całości spadku.

Pewien mężczyzna zmarł. Wartość wspólnego majątku jego i żony wyceniono na 600 tys. zł. Połowa tego majątku stanowi własność żony, a połowa (spadek po zmarłym) została rozdzielona pomiędzy żonę i dwoje dzieci, zgodnie z zasadami określonymi w *Kodeksie cywilnym*. Jaki spadek przypadnie każdemu z dzieci? Jaka część spadku przypadłaby każdemu z dzieci, gdyby było ich pięcioro?

5) Jacek zarabia o 20% więcej od Pawła. O ile procent mniej zarabia Paweł?

6) Ustalić stan książeczki oszczędnościowej po 5 latach, jeżeli na początku wpłacono 1000 zł, a po 3 latach wypłacono 500 zł. Obowiązuje kapitalizacja roczna, złożona, przy stopie procentowej 20%.

7) Na początku każdego z trzech kolejnych lat wpłacano na konto PKO odpowiednio kwoty: 1000 zł, 2000 zł, 1500 zł. Obowiązuje kapitalizacja złożona i roczna stopa procentowa 15%. Wyznacz stan konta na końcu piątego roku.

8) Dług można oddać, wpłacając od razu 300zł lub teraz 180 zł, 70 zł za rok i 90 zł za dwa lata. Roczna stopa procentowa w banku wynosi 39%, a kapitalizacja jest roczna. Co jest korzystniejsze dla dłużnika?

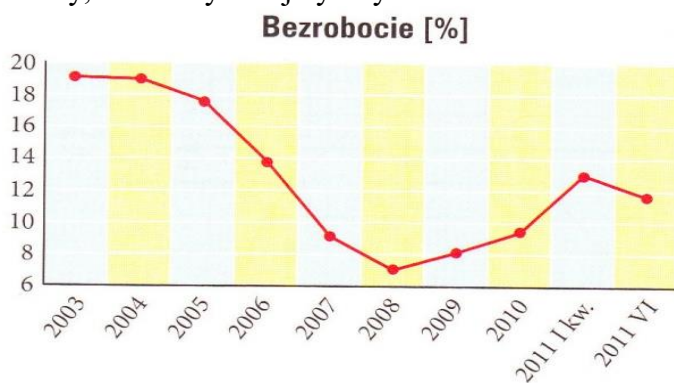
9) Pan Karol wypełniając roczne zeznanie podatkowe (PIT) w 1998 roku, w rubryce „Kwota przychodów” wpisał: 36 114 zł, w rubryce „Koszty uzyskania przychodów” – 15 094 zł. Pracodawca wpłacił do Urzędu Skarbowego zaliczkę na podatek w wysokości 1 957 zł. Pan Karol od dochodu odliczył sobie 3 120 zł z tytułu wydatków na remont domu. Jego dochód zmieścił się w pierwszym przedziale skali podatkowej, co oznacza, że podatek wynosi 20% dochodu pomniejszonego o kwotę wolną od podatku w wysokości 292 zł miesięcznie. Oblicz, ile podatku dochodowego musi on jeszcze zapłacić w tym roku?

2. Funkcje i ich własności

Zadania:

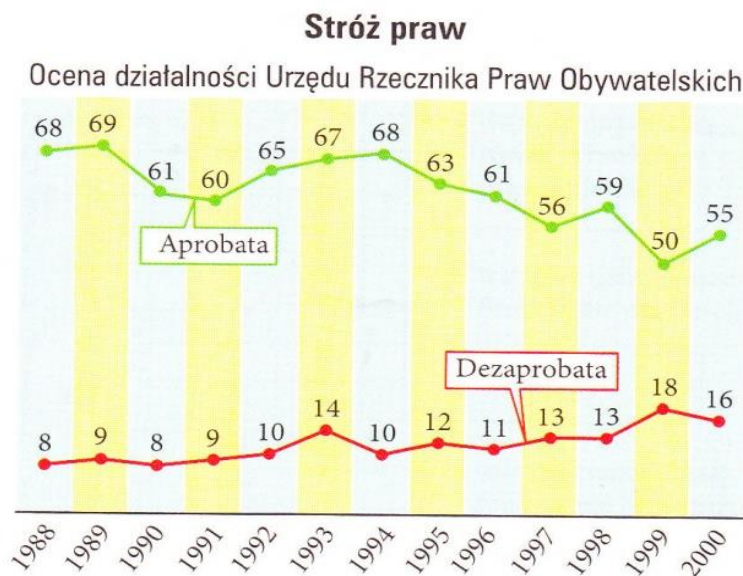
str. 228 zad 5.5 podr. Nowa Era

1) Odczytaj z wykresu, w którym roku prezentowanego okresu odsetek bezrobotnych był najniższy, a w którym najwyższy.



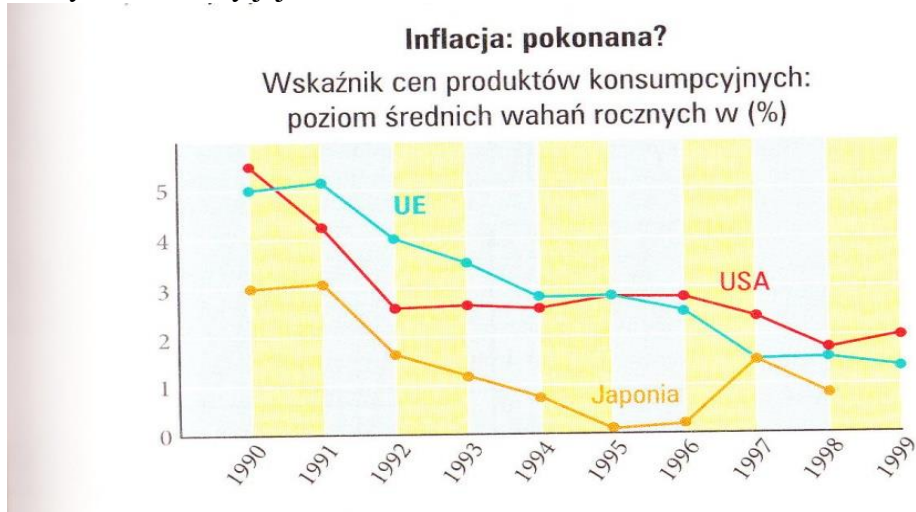
Str. 228 zad. 5.6 podr. Nowa Era

2) Na jednym rysunku są przedstawione dwa wykresy opisujące ocenę działalności Urzędu Rzecznika Praw Obywatelskich. Jeden prezentuje odsetek Polaków aprobowujących tę działalność, drugi – oceniającą ją negatywnie. Podaj wartości największe i najmniejsze obu funkcji oraz rok, w którym wystąpiły. Zinterpretuj otrzymane wyniki.



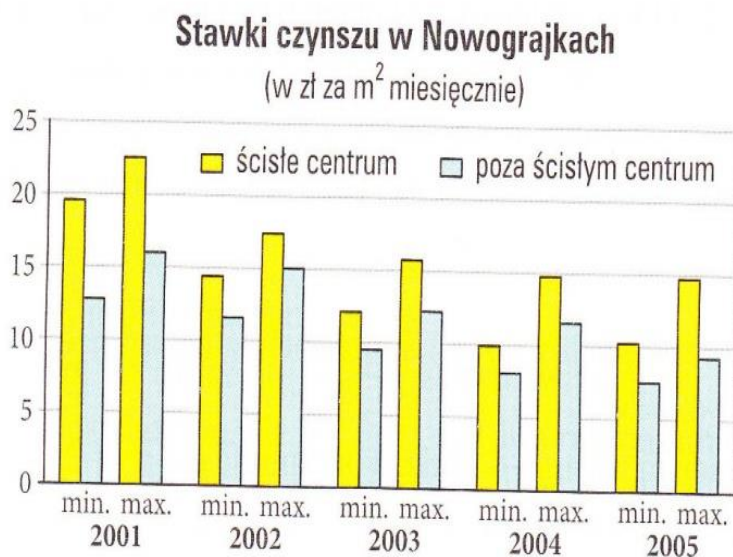
Str.247 zad.7.2 podr. Nowa Era

3) Z podanego wykresu odczytaj, od którego roku w UE i w każdym z krajów: USA, Japonia inflacja spadła poniżej 2%. W którym roku badanego okresu i gdzie inflacja była najwyższa? Ile wynosiła wtedy jej wartość?



4) Na podstawie danych z diagramu „Stawki czynszu w Nowograjkach” narysuj wykresy czterech funkcji (w jednym układzie współrzędnych, różnymi kolorami), które kolejnym latom przyporządkowują stawki czynszu:

- minimalne w ścisłym centrum miasta,
- minimalne poza ścisłym centrum,
- maksymalne w ścisłym centrum miasta,
- maksymalne poza ścisłym centrum.



a) Zbadaj monotoniczność każdej funkcji.

b) Czy stawki czynszu poza centrum Nowograjek były w badanym okresie niższe od stawek w ścisłym centrum?

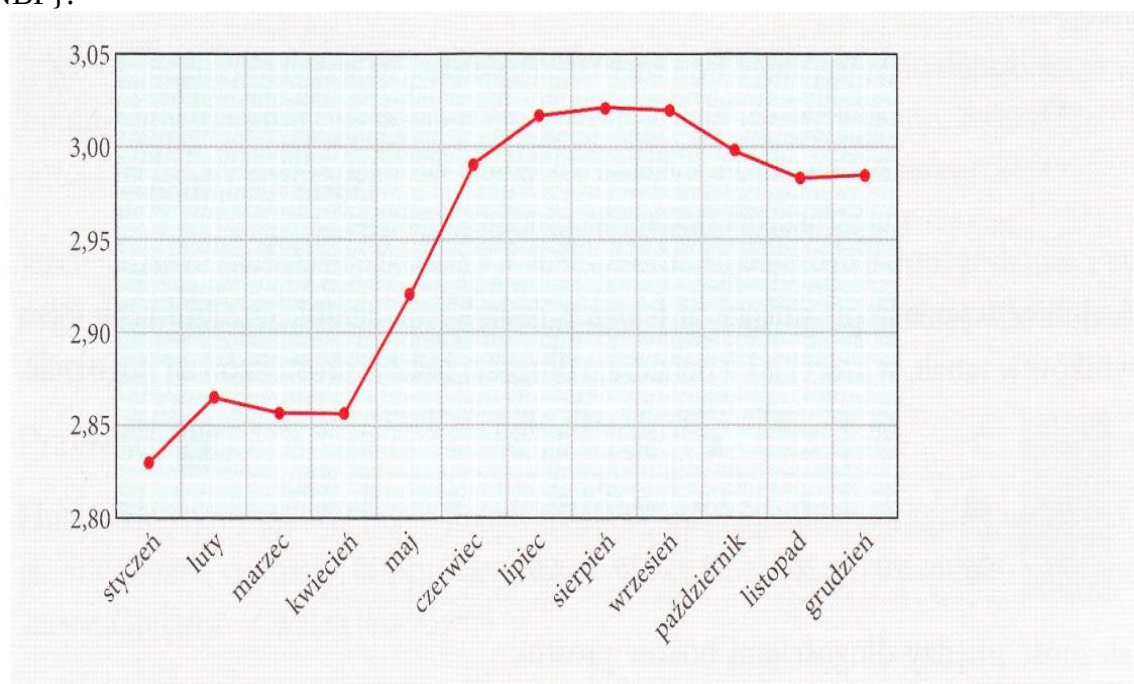
Str.258 zad. 8.8 podr. Nowa Era

5) Diagram ilustruje wysokości spłat długów zaciągniętych przez PRL (przed 1989 rokiem). Sporządź wykres funkcji przedstawionej za pomocą diagramu i opisz jej monotoniczność. Dla którego roku funkcja ta przyjmuje wartość największą?



Str.261 zad. 7 podr. Nowa Era

6) Wykres przedstawia średni kurs dolara USA w kolejnych miesiącach 2010 r. (źródło NBP).



Na podstawie wykresu wyznacz:

- miesiąc, w którym kurs dolara był najwyższy,
- okres, w którym za dolara trzeba było zapłacić ponad 3 zł,
- najdłuższy okres, w którym cena dolara rosła.

Klasa II

3. Funkcja liniowa

Zadania:

1) W pewnej firmie pracownikowi zaproponowano zapłatę 48 zł za każdy przepracowany dzień, pod warunkiem odliczania z wynagrodzenia 12 zł za każdą nieobecność i każdy dzień wolny od pracy w danym miesiącu. Pracownik przyjął warunki. Po upływie miesiąca, który liczył 30 dni, okazało się, że pracownik nie otrzymał żadnej zapłaty. Ile dni pracownik był obecny w pracy?

2) Na początku roku szkolnego Zosia i Marta postanowiły odkładać „kieszonkowe” na wyjazd wakacyjny. Zosia miała 56 zł i w każdym miesiącu powiększała tę sumę o 40 zł. Marta do swoich 26 zł dodawała co miesiąc 45 zł. Po ilu miesiącach Marta zbierała więcej pieniędzy niż Zosia?

3) Funkcja $y = 1500 + 12x$ opisuje miesięczne koszty (w zł) firmy „Skrzat” produkującej krasnale ogrodowe. 1500 zł to koszt stały, 12 zł to koszt wyprodukowania jednego krasnala, x – liczba krasnali.

a) Jaki był półroczny zysk firmy, jeśli w tym czasie wyprodukowano 1800 krasnali i sprzedano je po 37 zł za sztukę?

b) Naszkicuj wykres funkcji opisującej miesięczne koszty firmy, jeśli podjęto decyzję o produkcji większych krasnali, a koszt wyprodukowania jednego wyniesie 18 zł (koszty stałe bez zmian).

4) Stała część zarobków sprzedawcy wynosi 2 000 zł. Dodatkowo otrzymuje on prowizję w wysokości 2% miesięcznego obrotu sklepu.

a) Uzupełnij tabelkę

m – miesięczny obrót sklepu w zł

z – całkowity zarobek sprzedawcy w zł

M	0	5 000	10 000	15 000	20 000	25 000
Z						

b) Narysuj wykres funkcji f dla $m \in \langle 0; 25000 \rangle$

c) Podaj wzór funkcji f , opisującej zarobki sprzedawcy w zależności od obrotu w sklepie.

5)

Przedział	Podstawa (zł)	Podatek wynosi (zł)
0	$\langle 0; 3091 \rangle$	0
I	$(3091; 85528 \rangle$	18% podstawy minus 556,02
II	$(85528; \infty)$	14 839,02 plus 32% nadwyżki ponad 85 528

W tabeli podano skalę podatkową obowiązującą w 2010 roku. Należy podatek y w poszczególnych przedziałach podatkowych można zapisać w postaci funkcji liniowej $y = ax + b$, gdzie x jest podstawą naliczania podatku. Dla I przedziału podatkowego wzór ma postać:

$$y = 0,18x - 556,02$$

a) Podaj wzór funkcji liniowej opisującej należyty podatek w II przedziale podatkowym.

b) Jaki podatek zapłaciłaby osoba zarabiająca 50 000 zł rocznie, a jaki osoba zarabiająca 100 000 zł rocznie? Jak różniłyby się należne podatki, gdyby obowiązywał podatek liniowy równy 20% podstawy opodatkowania niezależnie od wielkości podstawy?

6) Pan Nowak umieścił w banku część kwoty z 20 000 zł na rocznej lokacie, oprocentowanej w wysokości 3% w skali roku wraz z roczną kapitalizacją odsetek. Za resztę zakupił jednoroczne obligacje oprocentowane w wysokości 4,5%. Gdyby pan Nowak złożył na lokacie w banku całą sumę, to po roku uzyskałby 60 zł mniej odsetek. Ile odsetek otrzyma po roku?

4. Geometria analityczna

Zadania:

1) Pani Kowalska w czasie wakacji robi przetwory z owoców. Kupiła na targu jabłka w cenie 3 zł/kg i wiśnie w cenie 4 zł/kg. Niech x oznacza liczbę kilogramów jabłek; y – liczbę kilogramów wiśni. Zapisz układ nierówności opisujący następującą sytuację:

Liczbę kilogramów zakupionych przez panią Kowalską owoców nie przekracza 10 kg, a suma wydanych na nie pieniędzy nie może być większa od 36 zł.

Zilustruj zbiór rozwiązań tego układu na płaszczyźnie.

2) W przetwórni do wyprodukowania 10 słoików konfitur owocowych I rodzaju zużywa się 2 kg śliwek i 3 kg jabłek, zaś do wyprodukowania 10 słoików konfitur owocowych II rodzaju zużywa się 3 kg śliwek i 1 kg jabłek. Przywieziono 840 kg śliwek i 560 kg jabłek. Oblicz, ile słoików konfitur każdego rodzaju należy wyprodukować, aby osiągnąć największy zysk, jeżeli słoik konfitur I rodzaju kosztuje 4 zł, a II rodzaju 2 zł.

3) Ania ma kupić na przyjęcie dwa gatunki ciast: szarlotkę w cenie 12 zł/kg i sernik w cenie 15 zł/kg. Niech x oznacza liczbę kg szarlotki, y – liczbę kg sernika.

a) Zapisz nierówność lub układ nierówności ilustrujący fakt, że koszt związany z zakupem ciast nie przekracza 150 zł. Zilustruj zbiór rozwiązań w układzie współrzędnych.

b) Załóżmy, że w cukierni sprzedaje się ciasta w opakowaniach 1 – kilogramowych i że Ania chce kupić jak najwięcej ciasta, wydając przy tym wszystkie pieniądze. Ile kg sernika i szarlotki kupi Ania?

4) Na zakończenie roku szkolnego wychowawca postanowił przyznać nagrody książkowe w cenie 20 zł i albumy w cenie 90 zł co najwyżej 7 uczniom. Przeznaczył na nagrody kwotę 280 zł. Ile książek i ile albumów powinien kupić, aby przyznać nagrody jak największej liczbie osób i wykorzystać jak największą kwotę pieniędzy? Zakładamy, że każda osoba może otrzymać tylko jedną nagrodę.

5. Funkcja kwadratowa

Zadania:

1) Firma produkująca zabawki oszacowała roczną wielkość sprzedaży lalek na s sztuk, w zależności od ceny x za sztukę (tabela poniżej).

x	s
40	2 000
50	1 600
60	1 200
70	800
80	400
90	0

Dane z tabeli spełniają równanie $s = -40x + 3\,600$

a) Uzasadnij, że jeśli koszt wyprodukowania jednej lalki wynosi 20 zł, to zysk firmy ze sprzedaży lalek po x zł za sztukę wyraża się wzorem:

$$z(x) = -40x^2 + 4400x - 72000$$

b) Jaką należy ustalić cenę za jedną lalkę, aby roczny zysk firmy był największy? Jaka będzie wielkość sprzedaży i jaki zysk przy tej cenie?

2) Koszt wyprodukowania jednego pluszowego misia wynosi 10 zł. Przy cenie 15 zł za misia wielkość sprzedaży wynosi 1 000 sztuk rocznie. Każdorazowe podniesienie ceny o 1 zł powoduje spadek sprzedaży o 50 sztuk.

a) Podaj wzór funkcji kwadratowej opisującej roczny zysk w zależności od ceny x zł za sztukę.

b) Ustal cenę za jednego misia, dla jakiej roczny zysk będzie największy? Jaka będzie wielkość sprzedaży i jaki zysk przy tej cenie?

3) Sklep z odzieżą sportową sprzedaje dziennie 16 bluz sportowych. Zysk ze sprzedaży jednej sztuki wynosi 40 zł. Właściciel sklepu przewiduje, że obniżenie ceny o każde 5 zł spowoduje wzrost sprzedaży o 4 sztuki dziennie. O ile należy obniżyć cenę, aby zysk był największy?

4) Właściciel kina zauważył, że przy cenie biletu wynoszącej 16 zł na seans przychodzi średnio 100 osób, a każdorazowe podniesienie ceny biletu o złotówkę powoduje, że liczba widzów zmniejsza się o 5. Jaką cenę biletu należy ustalić, aby dochód kina był największy?

6. Wielomiany i wyrażenia wymierne

Zadania:

1) Pani Zofia kupiła i włożyła do jednej koperty akcje: x akcji „firmy α ” w cenie 13,20 zł za akcję oraz y akcji „firmy β ” w cenie 15,60 zł za akcję. Zapisz cenę 1 akcji w postaci wyrażenia algebraicznego.

2) Jeszcze w zeszłym miesiącu w firmie Macho pracowało 6 pań. W tym miesiącu zatrudniono 7 panów i 2 panie, ale stosunek liczby panów do liczby pań się nie zmienił. Ilu pracowników zatrudnia teraz firma Macho?

3) Sekretarki miały wprowadzić do komputera 200 stron dokumentów w określonym terminie. Plan wprowadzania przewidywał, że każdego dnia przepisane zostanie tyle samo stron dokumentów. Sekretarki zakończyły wprowadzanie dwa dni przed terminem, gdyż każdego dnia wprowadzały o 5 stron dokumentów więcej niż było przewidziane w planie. Ile dni trwało wprowadzanie dokumentów do komputera?

4) Dwaj wspólnicy zainwestowali w swoją firmę pewną kwotę pieniędzy, przy czym jeden z nich zainwestował o 200 tys. złotych więcej niż drugi. Okazało się, że pieniędzy jest za mało, więc każdy z nich dołożył po 100 tys. zł i wtedy stosunek ich wkładów był równy 2:3. Oblicz, ile złotych zainwestował każdy ze wspólników.

5) Grupa osób zaplanowała wycieczkę, której koszt wynosi 640 zł. Ponieważ dwie osoby zrezygnowały, to koszt uczestnictwa dla jednej osoby wzrósł o 16 zł. Ile osób pojechało na wycieczkę i jaki był koszt dla jednej osoby?

6) Firma chce kupić 20 fartuchów roboczych za kwotę nie większą niż 2 500 zł. Zamierza kupić fartuchy nylonowe w cenie 38 zł oraz brezentowe w cenie 150 zł. Jaką największą liczbę fartuchów brezentowych może kupić ta firma?

Klasa III

7. Funkcje: wykładnicza i logarytmiczna

Zadania:

1) Oblicz

a) $4^{\frac{1}{2}}, 4^{\frac{3}{2}}, 4^{\frac{5}{2}}$

b) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}, \left(\frac{25}{81}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$

c) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}, \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}, \left(1\frac{7}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$

d) $(0,49)^{-\frac{1}{2}}, (0,125)^{\frac{2}{3}}, (0,027)^{-\frac{2}{3}}$

2) Przedstaw w postaci potęgi $2^p, p \in R$.

a) $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{-1}$

b) $2^{-1} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{2}{3}}$

c) $16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{8}$

d) $\left(32^{-\frac{1}{2}} : 64^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{128}$

e) $\frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}}$

f) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^{-2} \cdot \sqrt[4]{4}}{64^{-\frac{3}{4}} \cdot 0,25}$

3) Wykonaj działania

a) $\frac{\left(11^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}\right) \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{2})}{\left(\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8}\right)^2}$

b) $\frac{5^{-2} \cdot 125^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{25^{-2\frac{1}{2}}}$

c) $\frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3} \cdot 81^{-\frac{1}{3}}}$

d) $\frac{(0,2)^{-2} \cdot 125^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{625^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{-1}}$

e) $\frac{\left(4 \cdot 7^{\frac{1}{2}} + 4 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^2}{18 + 2 \cdot 56^{\frac{1}{2}}}$

Klasa IV

8. Rachunek różniczkowy

Zadania:

1) Koszt wyprodukowania bransoletki srebrnej wynosi 12 zł. Funkcja $s(x) = -25x + 1200$ opisuje miesięczną wielkość sprzedaży bransoletek na s sztuk w zależności od ceny x za sztukę.

a) Podaj wzór funkcji kwadratowej opisującej miesięczny zysk w zależności od ceny x zł za sztukę.

- b) Oblicz, jaką cenę bransoletki należy ustalić, aby uzyskać jak największy dochód.
c) Oblicz, ile wynosi największy dochód i jaka odpowiada mu wielkość sprzedaży.

2) W firmie A łączny koszt wyprodukowania x sztuk towaru w ciągu dnia wyraża się wzorem $K_A(x) = x^2 + x + 25$, zaś w firmie B wzorem $K_B(x) = x^2 - x + 36$. Która z tych dwu firm musi wyprodukować dziennie więcej sztuk towaru przy najmniejszym dla tej firmy średnim koszcie produkcji jednej sztuki towaru? Odpowiedź uzasadnij.

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

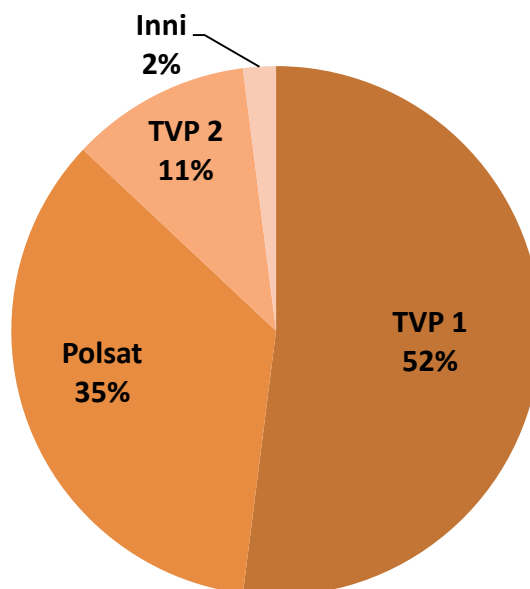
Technik organizacji reklamy

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

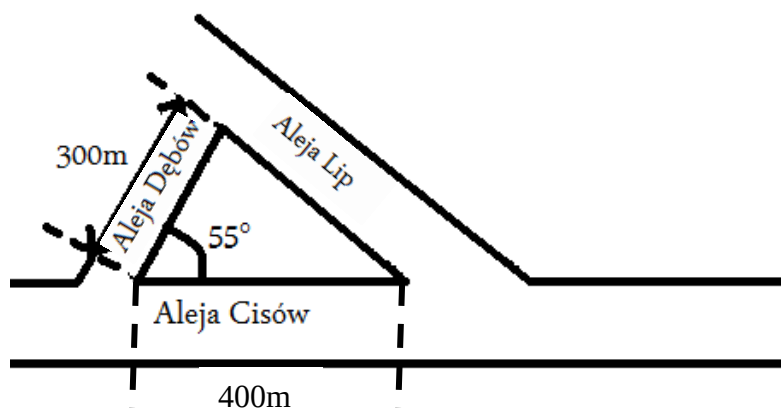
- 1) W pewnym zakładzie pracy 5% zysku przeznacza się na reklamę. Zysk roczny tego zakładu wyniósł 1200000 zł. Ile złotych przeznaczono na reklamę?
- 2) Zysk z reklam telewizyjnych był równy 2 mld złotych. Procentowy udział w zyskach poszczególnych stacji telewizyjnych przedstawiono na diagramie kołowym.
 - a) Oblicz zyski z reklam telewizji: Polsat, TVP 1, TVP 2.
 - b) Oblicz, o ile więcej pieniędzy uzyskała telewizja Polsat od telewizji TVP 2 i o ile mniej pieniędzy od telewizji TVP 1.



2. Funkcje trygonometryczne

Zadania:

- 1) Dokonując pomiarów skweru, geodeta, naniósł na plan jego kształt i wymiary tak, jak na rysunku obok. Oblicz powierzchnię skweru. Wynik podaj z dokładnością do 0,1 ha.

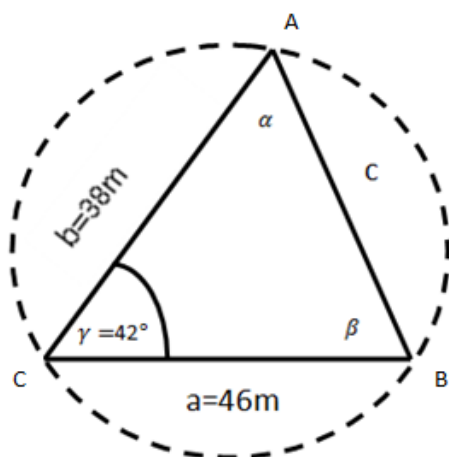


3. Figury na płaszczyźnie

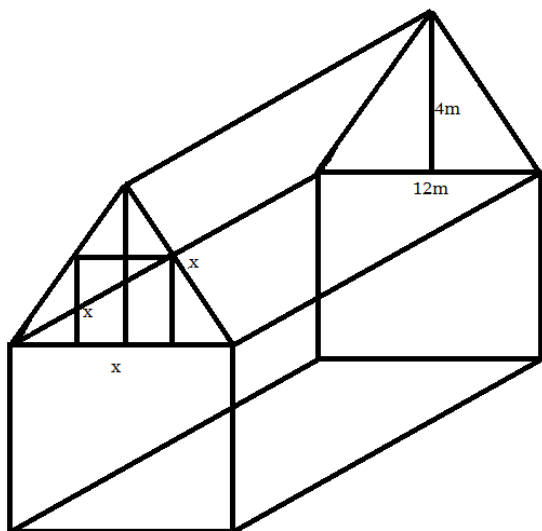
Zadania:

1) Pracownik pewnego biura reklamowego wykonał w terenie pomiary, stojąc w punkcie oznaczonym na planie literą C. Wyniki pomiarów przedstawione są na rysunku obok.

- Oblicz odległość między punktami A i B.
- Oblicz, w jakiej odległości od punktów A, B i C znajduje się punkt jednakowo odległy od tych trzech punktów.



2) Na szczycie domu, którego szkic przedstawiono na rysunku, umieszczono kolorową reklamę w kształcie kwadratu. Oblicz powierzchnię, jaką zajmuje ta reklama, wiedząc, że przekrój poprzeczny dachu jest trójkątem równoramiennym.



Klasa II

4. Geometria analityczna

Zadania:

1) Pewien projektant w ogrodzie botanicznym zajął się okazałym bambusem. Wysokość bambusa zmierzonego 5 maja wynosiła 40 cm. Po 4 dniach ponownie sprawdził wysokość pędu i okazało się, że jest ona równa 120 cm. Zakładając, że bambus rośnie stale w tym samym tempie, oblicz, którego dnia jego wysokość wyniesie 5,2 m.

5. Funkcja kwadratowa

Zadania:

1) Biuro reklamowe otrzymało zlecenie na wykonanie planu prostokątnego placu zabaw. Przy ścianie budynku należy wytyczyć i ogrodzić z trzech stron siatką. Jakie wymiary powinien mieć ten plac, jeśli chcemy by miał największe pole powierzchni, a dysponujemy siatką długości 60m?

2) Zdjęcie reklamowe o wymiarach $20\text{cm} \times 30\text{cm}$ oprawiono w prostokątną ramkę o jednakowej szerokości. Jaka jest szerokość ramki, jeśli pole zdjęcia wraz z ramką wynosi 651 cm^2 ?

3) Na zajęciach z projektowania uczniowie mieli sporządzać plakat w kształcie prostokąta o obwodzie 2,4 m. Jakie powinny być wymiary w centymetrach tego plakatu, aby jego powierzchnia była największa?

4) Prostokątną rabatę kwiatową o wymiarach $9\text{m} \times 6\text{m}$ otoczono chodnikiem o szerokości x . Wyznaczamy szerokość chodnika, jeśli wiadomo, że jego powierzchnia jest równa powierzchni rabaty.

6. Wielomiany i wyrażenia wymierne

Zadania:

1) Chcemy sfotografować ropuchę z odległości $x = 1,8\text{ m}$. Ogniskowa soczewki w obiektywie naszego aparatu jest równa 9 cm. Jak daleko musi być odsunięta soczewka obiektywu od powierzchni filmu, jeśli chcemy otrzymać ostre zdjęcie?(skorzystaj ze wzoru $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{f}$)

Klasa III

7. Ciągi liczbowe

Zadania:

1) Miesięczne zyski pewnej firmy reklamowej od stycznia do czerwca 2009 roku tworzyły ciąg arytmetyczny. Zysk firmy w czerwcu stanowiła 135% zysku ze stycznia. Wartość półrocznego zysku wynosiła 282000 zł.

a) Oblicz kwotę zysku wypracowanego przez firmę w styczniu i w czerwcu.

b) Podaj kwotę miesięcznego wzrostu zysku w tym półroczu.

8. Kombinatoryka; rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej

Zadania:

1) Szef agencji reklamowej ogłosił konkurs na ciekawe zdjęcie z wakacji. Wśród otrzymanych 12 najlepszych fotek, 4 są kolorowe. Na tablicę reklamową wybrano losowo trzy zdjęcia. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wśród wybranych zdjęć:

- a) dokładnie dwa są kolorowe,
- b) co najmniej jedno jest kolorowe.

Klasa IV

9. Rachunek różniczkowy

Zadania:

1) Wydajność pracy pewnego pracownika agencji reklamowej w ciągu 8-godzinnego dnia pracy. Zależność wydajności pracy od czasu t (w godzinach) określa funkcja $f(t) = 500 + 3t + 4t^2 - t^3$. O której godzinie wydajność pracownika jest największa, jeżeli pracę rozpoczyna on o godzinie siódmej? Przedstaw zmiany wydajności pracy na wykresie.

2) Pewna firma zajmująca się wykonywaniem projektów ogłosiła konkurs na super plac zabaw dla dzieci. Dany plac ma zajmować 8% powierzchni parku o wymiarach $100m \times 200m$. Jak powinno się dobrać wymiary placu, aby koszt jego ogrodzenia był najniższy?

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik żywienia i usług gastronomicznych

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

- 1) Trzy rodzaje cukierków w cenie 10 zł, 12 zł, 14 zł za kilogram zmieszano w stosunku wagowym 1: 2: 7. Oblicz cenę 1 kilograma mieszanki.
- 2) Pasztet produkuje się z mięsa wieprzowego, wątróbki drobiowej i boczku w stosunku wagowym 7 : 6 : 1. Ile kilogramów każdego składnika zużyto do wyprodukowania 126 kg pasztetu?
- 3) Cena 1 kg szynki pewnego gatunku jest równa 18 zł. Oblicz, ile będzie kosztował kilogram tej szynki po roku, jeżeli wiadomo, że jej cena zmienia się zgodnie z inflacją, która w danym roku była równa 20%.
- 4) Rzepak zawiera przeciętnie 40% oleju, a soja 48%. Zakłady produkujące olej dysponują 400 kg rzepaku. Oblicz, ile kilogramów soi muszą kupić, aby uzyskać 400 kg oleju mieszanego.
- 5) Po ususzeniu winogron otrzymuje się rodzynki, których masa stanowi 32% masy użytych owoców. Z ilu kilogramów winogron otrzymamy 2 kg rodzynek?
- 6) Podczas suszenia śliwki tracą 68% swojej masy. Ile kilogramów owoców należy ususzyć, aby uzyskać 16 kg suszonych śliwek?
- 7) W świeżych grzybach jest 90% wody, a w suszonych 12%. Ile kilogramów suszu otrzymamy z 22 kg świeżych grzybów?
- 8) Świeże grzyby zawierają 90% wody. Oblicz, ile kilogramów suszu pozostanie z 30 kg świeżych grzybów po podsuszeniu ich do wilgotności 40%.
- 9) W wyniku suszenia zawartość wody w grzybach zmniejsza się z 90% do 10%. Ile razy zmniejszyła się masa grzybów.
- 10) Waga brutto towaru jest większa o 15% od jego wagi netto i wynosi 13,8 kilogramów. Oblicz wagę opakowania.
- 11) W 6 kg kilogramach czereśni stosunek żółtych owoców do czerwonych jest jak 1 : 3. Ile procent czereśni ma kolor czerwony? Zjadłeś połowę czerwonych czereśni. Ile procent pozostałych czereśni stanowią te nie zjedzone, czerwone?
- 12) Do dużego worka wsypano zawartość 100 torebek z mąką. Na każdej torebce napis informował, że zawiera ona $1 \pm 0,05$ kg mąki. Szacuje się, że w worku jest 100 kg mąki. Oblicz maksymalny błąd bezwzględny i maksymalny błąd względny tego przybliżenia.

13) Oblicz cenę gastronomiczną 1 porcji zestawu obiadowego, jeżeli cena surowca wynosi 10,00 zł, marża 200%, podatek VAT 7%.

14) Koszt produkcji 1 porcji surówki z porą wynosi 3 zł, marża gastronomiczna 20%. Jaka jest cena gastronomiczna 20 porcji?

15) Oblicz cenę gastronomiczną zupy pomidorowej, wiedząc, że jej cena netto wynosi 2,50 zł a marża gastronomiczna stanowi 150% tej wartości.

16) Kelner przyjął zamówienie na 100 ml wina białego. Za zakupienie butelki tego wina o pojemności 0,75 l zakład zapłaci 65,50 zł. Restauracja jest płatnikiem VAT w wysokości 22% i stosuje marżę gastronomiczną 200%. Na jaka kwotę został wystawiony rachunek?

17) Koszt zakupu 1 butelki wina o pojemności 0,7 l wynosi 21 zł. Jaki będzie koszt 1 kieliszka wina o pojemności 100 ml, jeżeli zakład stosuje marżę na alkohol 300% i podatek VAT 22%?

18) Koszt całkowity wyżywienia 1 osoby w ośrodku wypoczynkowym wynosi: śniadanie - 2,00 zł, obiad - 4,00 zł, kolacja - 3,00 zł. Oblicz koszt wyżywienia 4 – osobowej rodziny podczas dwutygodniowego pobytu. Ośrodek ustalił marżę na wyroby gastronomiczne w wysokości 200%.

19) Właściciel pensjonatu stosuje marżę w wysokości 120% oraz jest płatnikiem podatku VAT w wysokości 7%. Koszt zakupu surowców do przygotowania 1 porcji obiadu wynosi 7,50 zł. Ustal cenę 1 porcji obiadu oraz wartość posiłku dla 20-osobowej grupy turystów.

20) Na podstawie tabeli ustal, ile kosztuje 1 kg drobnych ciasteczek.

Nazwa surowca	J. m.	Ilość na 1 kg	Cena jednostkowa	Wartość zł
Mąka pszenna	kg	0,50	2,00	
Margaryna	kg	0,50	10,00	
Jaja	szt.	2	0,50	
Cukier	kg	0,25	4,00	
Koszt surowca				
Marża 200%				
Razem				
Podatek VAT 7%				
Cena 1 kg				

21) Oblicz koszt imprezy okolicznościowej na 50 osób, jeżeli zakład stosuje marżę na 200%, VAT na surowce 7%, VAT na pozostałe usługi 22%.

Rodzaj kosztów	Koszt (zł)	Cena z marżą (zł)	VAT (zł)	Cena sprzedaży (zł)
Surowce	1500			
Obsługa kelnerska	300			
Transport	200			
Wyposażenie naczyń	150			
Koszt na 50 osób	X	X	X	
Koszt na 1 osobę	X	X	X	

22) Korzystając z tabeli oblicz cenę gastronomiczną 10 porcji mizerii z ogórków.

Nazwa surowca	J. m.	Ilość na 1 p.	Cena det. zł	Wartość zł
Ogórki	Kg	0,11	4,00	
Śmietana	l	0,04	7,00	
Sól, pieprz, koperek	-	do smaku	-	
Razem				
Ryczałt 3%				
Cena 1 porcji				
Cena 10 porcji				

23) Na podstawie karty kalkulacyjnej ustal cenę gastronomiczną 1 porcji posiłku śniadaniowego:

Nazwa surowca	J. m.	Ilość na 5 porcji	Cena detaliczna zł	Wartość zł
Mleko	l	1	2,00	
Płatki śniadaniowe	kg	0,25	15,00	
Pieczyno	kg	0,25	4,00	
Szynka	kg	0,15	16,00	
Masło	kg	0,05	15,00	
Pomidory	kg	0,13	7,00	
Razem				
Marża 100%				
Razem wartość z marżą				
VAT 7%				
Cena 5 porcji				
Cena 1 porcji				

24) Cena netto produktu wynosi 200 zł, stawka podatku VAT 7%. Ile wynosi cena produktu brutto?

25) Wartość butelki wody mineralnej wynosi 2,50 zł. Oblicz cenę gastronomiczną butelki, jeżeli marża wynosi 80%.

26) Jaka jest cena gastronomiczna 1 porcji surówki, jeżeli koszt 10 porcji wynosi 15 zł, a marżę ustalono na 300%?

27) Na upieczenie 0,5 kg mięsa trzeba przeznaczyć 30 minut. Ile czasu będzie się piekło 1,5 kg mięsa?

28) W płuczko-obieracze mieści się 20 kg ziemniaków, a czas obierania wynosi 5 minut. Ile czasu zajmie obieranie 120 kg ziemniaków?

29) Aby ugotować 1 kg ryżu na sypko należy wlać 2 litry wody. Ile będzie ważyć gotowa potrawa?

30) Do zagęszczenia 1,5 kg utartych buraków użyto 0,045 kg mąki. Ile należy przeznaczyć do zagęszczenia 1 porcji buraków o wadze 100 g?

31) Do pieca konwekcyjnego jednorazowo można włożyć 15 kg mięsa. Czas pieczenia wynosi 1 h. Ile czasu zajmie upieczenie 90 kg mięsa?

32) W recepturze podano normatyw surowcowy na 10 porcji krupniku:

— kości	-500 g
— włoszczyzna	-300g
— woda	- 3l
— kasza jęczmienna	- 200 g
— ziemniaki	- 100g

Ile kaszy jęczmiennej należy użyć na 30 porcji zupy?

33) Podczas obierania ziemniaków w płuczek-obieraczkę powstaje 20% ubytków. Ile obranych ziemniaków otrzymamy ze 150 kg surowca?

34) Do zagęszczenia 1 porcji przecieru owocowego o objętości 150 cm^3 należy użyć 8 g mąki ziemniaczanej. Ile mąki należy użyć na zawiesinę, aby zagęścić 15 l przecieru owocowego?

35) Na jedną porcję kotleta mielonego należy użyć 70 g mięsa. Ile mięsa należy użyć na 40 porcji kotletów mielonych?

36) Na słoiku z majonezem jest informacja: *Najlepiej spożyć przed 19.05.2012r.*.. Okres przydatności do spożycia 3-miesiące. Jaka jest data produkcji majonezu?

37) Na etykiecie majonezu widnieje napis: *Należy spożyć przed 30.12.2012r.*.. Jaka data będzie ostatnim dniem spożycia majonezu?

38) Na jedną porcję wywaru potrzebujemy 100 g włoszczyzny. Ile porcji wyprodukujemy z 2,5 kg włoszczyzny?

39) Do przygotowania surówki z 35 kg selera użyto mechanicznej obieraczki do warzyw. Oblicz ile warzyw pozostało na surówkę, jeżeli wiadomo, że odpadki wynoszą 20%.

40) Na jedną porcję wywaru (ok. 450 cm^3) mięsno-jarzynowego potrzeba ok. 50 g warzyw i ok. 150 g mięsa. Oblicz ile potrzeba mięsa i warzyw na 3600 cm^3 wywaru?

41) Na etykiecie słoika z ogórkami w zalewie widnieje napis: masa nett – 870 g, masa netto bez zalewy -430 g, pojemność – 900 ml. Ile wynosi masa ogórków w słoiku?

42) Maszyna do krojenia serów ma wydajność 12 kg/h. Ile czasu potrzeba do pokrojenia 1 kg sera?

43) Jeżeli do produkcji 10 porcji kruszonu potrzebujesz 750 cm^3 wina białego musującego, to ile wina potrzebujesz do produkcji 20 porcji?

44) Z 1 kg mąki, 2 kg ziemniaków i 70 dag sera białego wyprodukowano 120 szt. pierogów ruskich. Wiedząc, że na 1 porcję wchodzi 12 sztuk pierogów, oblicz dla ilu osób sporządzono pierogi.

45) 100 g chudej cielęciny zawiera 28 g białka, 4 g tłuszczu. Oblicz wartość energetyczną porcji 150 g cielęciny.

46) Oblicz wartość energetyczną opakowania 400 g makaronu, jeśli wiadomo, że 100 g makaronu zawiera 74 g węglowodanów, 11,5 g białka, 1,5 g tłuszczu.

47) Oblicz wartość energetyczną 250 g mleka zawierającego w 100 g: 3,0 g białka, 2,0 g tłuszczu, 4,3 g węglowodanów.

48) Oblicz wartość energetyczną 1 sztuki jaja zawierającego w 100 g: 11 g białka, 9,5 g tłuszczu, 1,0 g węglowodanów.

Klasa II

2. Funkcja liniowa

Zadania:

1) W magazynie zgromadzono 21 ton ziemniaków. Codziennie z magazynu wydaje się 150 kg ziemniaków. Narysuj wykres funkcji określającej związek między liczbą kilogramów ziemniaków pozostających w magazynie a czasem.

2) Każda dostawa żywności do szkolnej stołówki wystarcza na 14 dni, gdy stołują się wszyscy, którzy to zadeklarowali. W maju korzystało ze stołówki o 15 osób mniej niż wynikało to z deklaracji i wtedy starczyło żywności z dostawy na 21 dni. W czerwcu, po odejściu klas maturalnych, korzystało ze stołówki o 40% mniej w stosunku do liczby zadeklarowanych. Na ile pełnych dni czerwca starczy jednorazowa dostawa?

3) Oblicz ile mleka o zawartości 5% tłuszczu należy użyć, aby uzyskać 5 litrów 30-procentowej śmietany.

4) Do jednego zbiornika wiano 50 litrów mleka o zawartości tłuszczu 2% i 25 litrów mleka o zawartości tłuszczu 3,4%. Oblicz, ile procent tłuszczu zawiera mleko w tym zbiorniku.

5) Do zbiornika w którym jest 20 litrów mleka o zawartości tłuszczu 3,7%, wlać należy 30 litrów mleka o niższej zawartości tłuszczu. Ile procent tłuszczu powinno mieć to mleko, jeżeli otrzymana mieszanina ma zawierać co najmniej 2,8% tłuszczu?

6) Zakład mleczarski produkuje śmietanę w kubkach o pojemności 0,2 litra. Oblicz, z ilu litrów mleka o zawartości tłuszczu 5,5% zakłady wytworzą 1500 kubków śmietany o zawartości 22% tłuszczu..

7) W zakładach przetwórstwa warzyw używany był ocet o 3% lub 6% zawartości kwasu octowego. Nowy przepis konserwowania ogórków wymaga użycia octu 4,5-procentowego. Oblicz, ile litrów każdego rodzaju octu należy zmieszać, aby otrzymać 100 litrów octu 4,5- procentowego.

3. Funkcja kwadratowa

Zadania:

1) Przyrost y wagi ciała (w kg na miesiąc) niemowlaka jest związany z ich bieżącą wagą x (w kg) związkiem $y = cx \left(21 - \frac{20}{9}x \right)$, gdzie $c > 0$ jest pewną stałą. Przy jakiej wadze dziecko rośnie najszybciej?

Klasa III

4. Ciągi liczbowe

Zadania:

- 1) Tort weselny ma kształt piramidy, składającej się z 20 warstw. Najniższa warstwa ma objętość V , a objętość każdej z pozostałych stanowi 60% objętości warstwy leżącej bezpośrednio pod nią. Wyznacz objętość tortu.
- 2) Świeże grzyby zawierają 90% wody. W wyniku suszenia ilość wody w grzybach zmniejsza się o 20% w każdej kolejnej godzinie. Zebrano 10 kg grzybów. Podaj wzór określający masę grzybów w zależności od liczby godzin suszenia.
- 3) Populacja bakterii wzrasta o 20 procent z każdą godziną. Przyjmując początkową liczbę 10000 bakterii, podaj wzór precyzujący liczbę bakterii po n godzinach. Podaj liczebność populacji po 10 godzinach.

Klasa IV

5. Stereometria

Zadania:

- 1) Do szklanki w kształcie walca, napełnionej napojem do wysokości 0,5 cm od jej górnej krawędzi, wrzucamy kostki sześciennie lodu o długości krawędzi 1 cm. Ile można wrzucić kostek do tego naczynia nie powodując wylania napoju, jeżeli promień koła będącego dnem szklanki ma długość 4cm?

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik informatyk

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

- 1) Komputer kosztował 3600 zł. Po dwukrotnej obniżce cen, o ten sam procent, cena tego komputera jest równa 3249 zł. Oblicz, o ile procent obniżono cenę komputera za każdym razem?
- 2) Cenę drukarki obniżono o 12%, a następnie o 10% i obecnie kosztuje ona 348 zł 48 gr. Oblicz, ile kosztowała ta drukarka przed obiema obniżkami?
- 3) Komputer pobiera z internetu ze stałą prędkością plik o dużym rozmiarze. Pobieranie rozpoczęło się o 17³² i do 17⁴⁰ pobrane zostało 15% pliku. O której godzinie plik zostanie pobrany w całości?
- 4) Bajt (B) to najmniejsza adresowalna jednostka pojemności pamięci komputerowej. 1 MB (megabajt) to 10⁶B, 1 GB (gigabajt) to 10⁹ B. Co ma większą pojemność, 160 płyt CD, czy 2 pendrive'y? Płyta ma 800 MB a pendrive'y ma 8 GB.

Klasa II

2. Funkcja liniowa

Zadania:

- 1) Jarek kupił płyty CD i DVD. Płyt DVD było o 20 więcej niż płyt CD. Czysta płyta CD kosztuje 80 gr, a płyta DVD- 1,20 zł. Za wszystkie płyty chłopiec zapłacił 44 zł. Ile płyt każdego rodzaju kupił Jarek?
- 2) Komputer z drukarką kosztuje 2870 zł. Oblicz koszt dwóch komputerów i drukarki, jeśli:
a) cena komputera jest cztery razy większa od ceny drukarki,
b) cena drukarki jest o 1900 zł niższa od ceny komputera.

3. Funkcja kwadratowa

Zadania

- 1) Pan Kowalski chce zmienić swój stary, lampowy telewizor 24- calowy (format ekranu jest równy 4:3) na panoramiczny telewizor LCD(format ekranu jest równy 16:9). Jednocześnie pan Kowalski chce, żeby wysokość ekranu nowego telewizora była nie mniejsza niż wysokość ekranu starego telewizora. Ma do wyboru dwa modele: 28 – calowy i 32 – calowy. Który telewizor powinien wybrać?

4. Wielomiany i wyrażenia wymierne

Zadania:

- 1) Firma, w której składa się komputery, ustaliła, że nowy pracownik składa średnio N elementów komputera po t dniach szkolenia, przy czym zależność tę można opisać wzorem $N(t) = \frac{50t}{t+4}$ dla $t \geq 0$. Po ilu dniach szkolenia pracownik składa co najmniej 25 elementów komputera?

Klasa III

5. Ciągi liczbowe

Zadania:

Jurek ma zamiar kupić drukarkę do komputera za 300 zł. Postanowił, że z otrzymywanych od rodziców co miesiąc pieniędzy na własne wydatki będzie systematycznie odkładał pewną kwotę. W pierwszym miesiącu odłożył 20 zł, a w każdym następnym o 5 zł więcej niż w poprzednim miesiącu. Po ilu miesiącach oszczędzania Jurek będzie mógł kupić drukarkę?

6. Kombinatoryka; rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej

Zadania:

1) Hasło dostępu do komputera ma się składać z trzech cyfr i dwóch liter. Przyjmij, że na klawiaturze jest 25 liter oraz że wielka i mała litera traktowane są jak dwa różne znaki.

a) Ile różnych haseł można ułożyć?

b) Ile jest haseł, które zaczynają się od litery „A” i nie zawierają cyfr parzystych?

2) Trzy zakłady produkują zasilacze do komputerów. Zakłady X_1 i X_2 wyprodukowały taką samą liczbę zasilaczy, zakład X_3 trzy razy więcej niż zakład X_1 . Zakłady X_1 i X_2 produkują po 3% wadliwych zasilaczy, a zakład X_3 - 5%. Wszystkie wyprodukowane zasilacze znajdują się w hurtowni. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany zasilacz jest wadliwy, a jakie, że losowo wybrany zasilacz jest wadliwy i pochodzi z zakładu X_3 ?

3) W sekretariacie szkoły są trzy komputery. Komputery te psują się niezależnie i prawdopodobieństwo zepsucia się każdego z nich jest równe 0,25. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że zepsuje się co najwyżej jeden komputer?

Klasa IV

7. Rachunek różniczkowy

Zadania:

1) W pewnym zakładzie produkowane są podzespoły do laptopów. Całkowity koszt wyprodukowania x sztuk podzespołów w ciągu dnia wyraża się wzorem

$K(x) = x^3 + 100x + 200$, gdzie $x \in \mathbb{C}^+$. Dla jakiej liczby podzespołów, koszt P wyprodukowania jednego podzespołu będzie najmniejszy? Oblicz wartość kosztu?

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik logistyk

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

1) O ile procent zmniejszyłaby się dzienna produkcja fabryki, w której dzień pracy skrócono z ośmiogodzinnego na siedmiogodzinny, przy niezmienniej wydajności pracy? O ile procent należałoby zwiększyć wydajność pracy, aby dzienna produkcja nie uległa zmianie?

2. Funkcje trygonometryczne

Zadania:

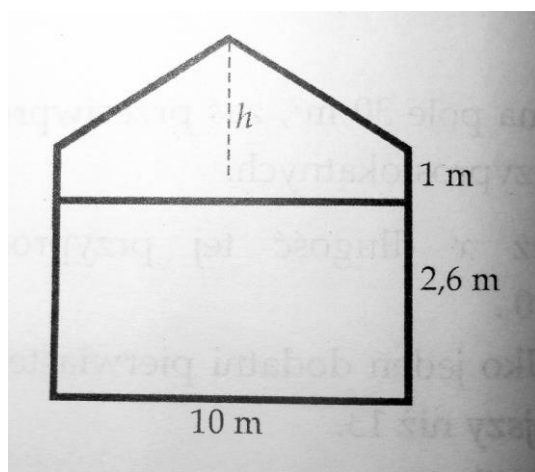
1) Most zwodzony ma długość 50m. Jego dwie połówki mogą być unoszone do góry pod kątem 30 stopni.

- Jeśli poziom wody w rzece jest 5m poniżej mostu, znajdź wysokość h końcówek mostu od wody.
- Oblicz odległość końcówek mostu od siebie.

3. Figury na płaszczyźnie

Zadania:

1) Na rysunku przedstawiono przekrój piętrowego domu. Znajdź wysokość h piętra tak, by pole przekroju parteru było takie samo jak pole przekroju piętra.



2) Dwa samochody ruszają z pewnego punktu prostymi drogami, pomiędzy którymi kąt wynosi 60° . Jeden jedzie z prędkością 80km/h, a drugi 60km/h. W jakiej odległości od siebie będą po 40 minutach jazdy?

3) Aby obliczyć odległość między punktami A i B w mieście, oddzielonymi przez drapacz chmur, geodeta wybrał punkt C oddalony o 375m od punktu A i 530m od punktu B. Zmierzył również kąt ACB równy $112^\circ 30'$ korzystając z tablic trygonometrycznych oblicz odległość AB.

Klasa II

4. Funkcja liniowa

Zadania:

1) Badania wykazały, że pewien typ samochodu przejeżdża 10 km na 1 litrze paliwa przy średniej prędkości 60 km/h. Jadąc z prędkością $v \in (60 \frac{km}{h}; 100 \frac{km}{h})$ przejeżdża na 1 litrze $(16 - \frac{v}{10}) km$. Kierowca ma pokonać trasę 600 km i po ośmiu godzinach jazdy zatrzymać się na nocleg. Zakładając, że nocleg kosztuje 40 zł i 1 litr benzyny 3,5 zł, oceń, czy finansowo korzystniej jest wybrać wariant jazdy samochodem ze średnią prędkością 60 km/h, czy 80 km/h.

2) Koszt (w złotych) wynajęcia magazynu A oblicza się wg wzoru funkcji $k(x)=240+15x$, a koszt wynajęcia magazynu B, wg wzoru $h(x)=90+45x$, gdzie x jest liczbą dni składowania towaru. Sporządź wykresy funkcji k i h oraz odczytaj z nich, wynajęcie którego magazynu i na ile tygodni było korzystniejsze.

3) Pewna firma budowlana rozważa zakup jednego z dwóch typów dźwigu. Model A kosztuje 200000zł, a roczne koszty jego eksploatacji wynoszą 16000zł. Te same dane dla dźwigu B to: 160000zł i 22000zł rocznie. Ile lat musiałby pracować dźwig pracować dźwig model A, aby stał się bardziej ekonomiczny niż model B?

5. Geometria analityczna

Zadania:

1) Dwa miasta A i B są oddalone o siebie o 500 km. Tona węgla w mieście A kosztuje a złotych, a w mieście B jest o 15% wyższa. Za transport jednej tony węgla na trasie 1 km trzeba zapłacić m złotych. W jakich miejscowościach położonych na linii prostej między miastami A i B cena węgla przywiezionego z miasta B będzie mniejsza niż cena węgla przywiezionego z miasta A, a większa niż cena $\frac{7}{6}a$ za tonę?

6. Funkcja kwadratowa

Zadania:

1) Zakład dziewiarski produkuje jeden rodzaj swetrów, które sprzedaje po 52 zł za sztukę. Na podstawie danych statystycznych stwierdzono, że związek między kosztem produkcji $K(x)$ a liczbą x wytworzonych w ciągu jednego dnia swetrów określa funkcja $K(x)=x^2+24x+160$. Zbadaj, dla jakiej liczby dziennej produkcji swetrów ich produkcja jest opłacalna dla zakładu, przyjmując, że zakład może maksymalnie wytworzyć dziennie 14 swetrów. Określ, kiedy kwota dochodu jest największa.

2) W zakładzie produkcyjnym wytwarzającym maksymalnie 40 sztuk pewnego urządzenia dziennie zaobserwowano, że cena uzyskana za jedno urządzenie zależy od liczby oferowanych do sprzedaży w danym dniu sztuk. Na podstawie danych statystycznych ustalono, że zależność między ceną jednostkową urządzenia a liczbą x wytworzonych dziennie tych urządzeń określa funkcja $C(x)=-0,1x^2+x+100$. Koszt stały produkcji jest równy 300 zł dziennie, a koszt zmienny jednego urządzenia rośnie wraz ze wzrostem liczby x wyprodukowanych sztuk i jest równy $x+20$.

a) Oblicz najwyższą cenę, którą zakład może uzyskać za jedno urządzenie.

b) Wyznacz dochód dzienny zakładu w zależności od liczby wyprodukowanych urządzeń.

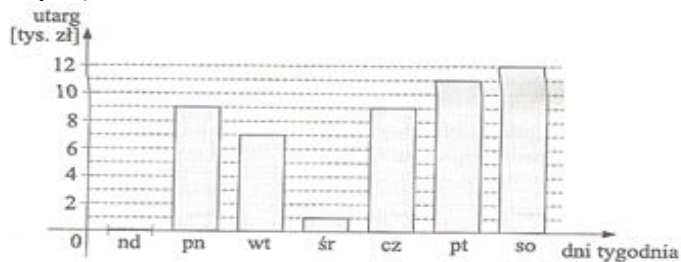
c) Oblicz dochód zakładu przy sprzedaży 10 sztuk.

Klasa III

7. Kombinatoryka; rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej

Zadania:

1) Na diagramie przedstawiono tygodniowy utarg pewnej stacji benzynowej (w tysiącach złotych).



- Oblicz średni utarg dzienny stacji z sześciu dni sprzedaży (od poniedziałku do soboty).
 - Przyjmując, że litr benzyny kosztuje 3,2 zł oblicz, ile litrów benzyny sprzedano w sobotę.
 - Oblicz sumę kilometrów, jaką mogą przejechać samochody korzystając z paliwa zakupionego w sobotę. Przyjmiemy, że samochód zużywa średnio 8 litrów benzyny na 100 km.
 - W środę z powodu awarii stacja była czynna tylko rano. Oblicz, jaki procent średniego utargu dziennego (wyznaczonego w podpunkcie a) stanowił utarg z tego dnia.
- 2) W ciężarówce przewożono dwa rodzaje paczek. Ładunek ważył razem 4,8 t, a średnia waga paczki wynosiła 16 kg. Większe paczki ważyły średnio po 20 kg, a mniejsze po 10 kg. Jaka była łączna waga większych paczek.

KORELACJA KSZTAŁCENIA OGÓLNEGO I ZAWODOWEGO - MATEMATYKA

Technik budownictwa

Klasa I

1. Liczby rzeczywiste

Zadania:

- 1) Miesięczny koszt ogrzewania domu wynosi 200 zł. Dla zmniejszenia tych kosztów planuje się położenie dodatkowej izolacji cieplnej, której wartość wynosi 4200 zł. Jeśli ta izolacja daje 30% oszczędności w wydatkach na ciepło, to po jakim czasie poniesione nakłady się zwrócą?
- 2) Worek cementu, który kosztował 15 zł, podrożał o 10%. O ile procent należy zmniejszyć jego cenę, aby wróciła do poprzedniej wartości?
- 3) Po obniżce o 20% 1 m^2 parkietu kosztuje 100 zł. Ile kosztował 1 m^2 tego parkietu przed obniżką?
- 4) Brygada pana Marka układała płytki i położyła o 30 płytek ponad plan. O ile procent brygada przekroczyła plan, jeżeli zamierzała w ciągu dnia położyć 800 płytek?
- 5) W normowej zaprawie cementowej 37% stanowi cement. Ile normowej zaprawy otrzymamy z 6 worków cementu (worek waży 25 kg)? Wynik podaj z dokładnością do 1kg.

2. Funkcje trygonometryczne

Zadania:

- 1) Płaszczyzna jednospadowego dachu budynku nachylona jest do poziomu pod kątem $\alpha = 15^\circ$. Oblicz długości l krokwi dźwigających pokrycie dachu, jeżeli szczyt dachu jest odległy od płaszczyzny poziomej o 1 m.



- 2) Dach jednospadowy jest nachylony do płaszczyzny poziomej pod kątem $\alpha = 10^\circ$. Oblicz odległość szczytu dachu od płaszczyzny poziomej, jeżeli krokwie są długości 6 m.
- 3) Na budynku o szerokości 10 m położono dach dwuspadowy, który z płaszczyzną poziomą tworzy kąt o mierze 30° . Oblicz odległość szczytu dachu od płaszczyzny poziomej oraz długości krokwi podtrzymujących dach.
- 4) Przekrój poprzeczny dwuspadowego dachu domu jest trójkątem równoramiennym o podstawie $a = 12 \text{ m}$ i wysokości $h = 3 \text{ m}$. Wyznacz miarę kąta nachylenia ramion trójkąta do podstawy.

Klasa II

3. Funkcja liniowa

Zadania:

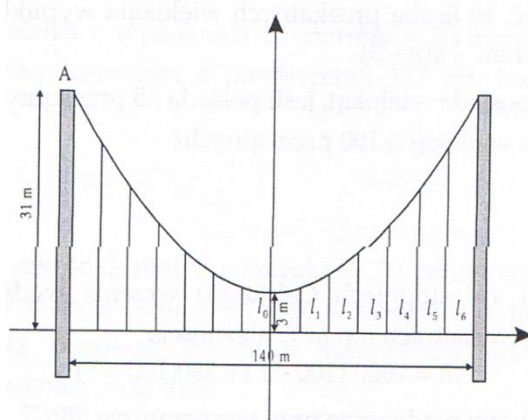
1) Firma budowlana rozważa zakup jednego z dwóch typów dźwigu. Model A kosztuje 200000 zł, a roczne koszty jego eksploatacji wynoszą 16000 zł. Te same dane dla dźwigu B to 16000 zł i 22000 zł rocznie. Ile lat musiałby pracować dźwig model A, aby stał się bardziej ekonomiczny niż model B?

4. Funkcja kwadratowa

Zadania:

1) Lina podtrzymująca most ma kształt paraboli i jest zawieszona na dwóch wieżach wznoszących się na wysokość 31m nad poziomem jezdni i oddalonych o 140m. Najniższy punkt liny położony jest 3m nad jezdnią.

- Przyjmując układ współrzędnych jak na rysunku, znajdź równanie paraboli.
- Znajdź łączną długość trzynastu pionowych lin podtrzymujących jezdnię.

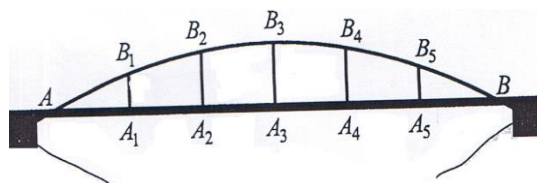


2) Belka o stałym przekroju i długości 3m podparta jest w dwóch miejscach: w punkcie A, który jest jednym z jej końców oraz w punkcie B, leżącym w odległości 1m od drugiego końca belki. Moment gnący w przekroju belki znajdującym się w odległości x metrów od punktu A przedstawia funkcja:

$$M(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x & \text{dla } x \in \langle 0; 2 \rangle \\ 2(3-x)^2 & \text{dla } x \in (2; 3) \end{cases}$$

Wyznacz taką odległość x danego przekroju od punktu A, w którym moment gnący w tym przekroju belki osiąga największą wartość liczbową (przekrój ten nazywa się niebezpiecznym, czyli w tym przekroju belka jest najbardziej narażona na złamanie).

3) Przęsło mostu przedstawione na rysunku ma kształt części paraboli, której wierzchołek znajduje się w jego środku. Pomost (jezdnia) podtrzymywany jest przez 5 pionowych wieszaków rozmieszczonych w równych odstępach, z których najdłuższy $|A_3B_3| = 13,5m$.



Oblicz długości poszczególnych wieszaków wiedząc, że długość mostu $|AB| = 108m$.

Klasa III

5. Stereometria

Zadania:

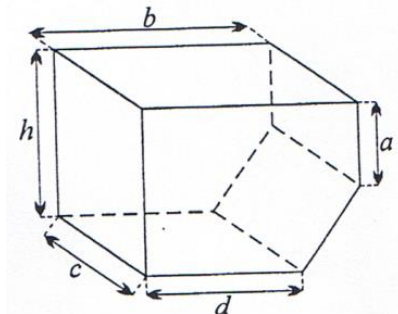
1) Piasek wydobyty z wykopu usypano w stożek o obwodzie podstawy długości 13m i wysokości długości 1m. Oblicz masę piasku wiedząc, że 1m^3 piasku ma masę 1200kg.

2) Piotr chce wytapetować ściany pokoju w kształcie prostokątów o wymiarach odpowiednio: $3,5\text{m} \times 2,5\text{m}$ i $5\text{m} \times 2,5\text{m}$. W pokoju są drzwi o powierzchni 2m^2 i okno o powierzchni 3m^2 . Około 10% tapety należy przeznaczyć na odpady. Jeden zwój tapety ma długość 10m i szerokość 50cm. Oblicz, ile zwojów tapety potrzebuje Piotr?

3) Skwer w kształcie koła o promieniu 4m otaczać ma betonowa droga o szerokości 1,8m i grubości nawierzchni 5cm. Ile kilogramów betonu trzeba zużyć do budowy tej drogi, jeżeli gęstość betonu $\rho = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$?

4) Zaplanowano budowę kanału, którego przekrój poprzeczny jest trapezem równoramiennym. Według projektu dno kanału ma szerokość 4,25m, głębokość kanału 1,8 m, a skarpy tworzą z brzegiem poziomym kąt o mierze 35° . Ile metrów sześciennych ziemi należy wydobyć, aby zbudować kanał o długości 260m?

5) Podpora mostu przez rzekę ma kształt bryły przedstawionej na rysunku. Oblicz, masę betonu potrzebną do wykonania tej podpory przyjmując, że $a = 1\text{m}$, $b = 2,5\text{m}$, $h = 2\text{m}$, $c = 2\text{m}$ i $d = 1,8\text{m}$ oraz gęstość betonu $\rho = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.



6) Rodzina planuje powiększyć dom poprzez dobudówkę. Architekt radzi, aby długość dobudówki była o 2m większa niż jej szerokości. Przepisy budowlane stanowią, że powierzchnia dobudówki nie może przekraczać 40% powierzchni domu. Przekrój poziomy domu ma kształt prostokąta o wymiarach $12\text{m} \times 10\text{m}$. Znajdź wymiary powierzchni największej dobudówki spełniającej wymogi przepisów budowlanych.